

Elipsa

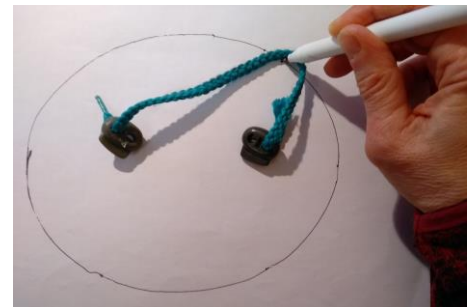
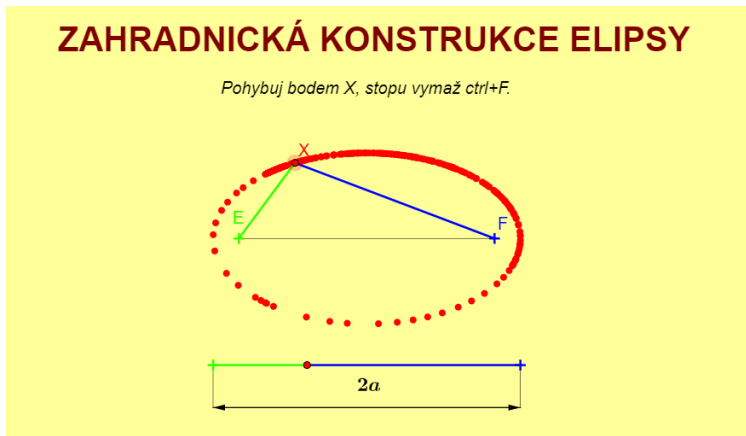
Definice: Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají od dvou pevných bodů (ohnisek) konstantní součet vzdáleností (který je větší než vzdálenost těchto bodů).

$$|EX| + |FX| = d, d > |EF|, \text{ kde } E, F \dots \text{ohniska, } X \dots \text{libovolný bod elipsy}$$

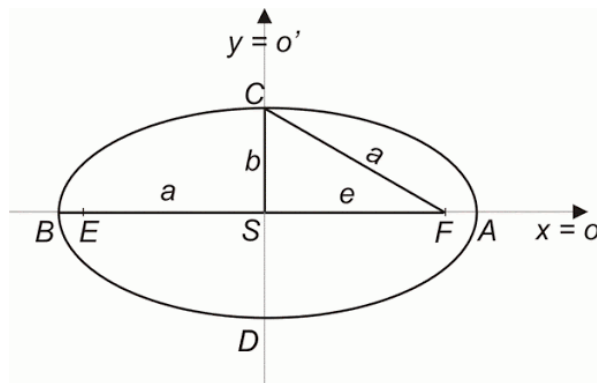
Elipsa se dá sestrojít například tzv. zahradnickou konstrukcí pomocí provázku a dvou kolíků.

Vyzkoušejte si v přiložené interaktivní animaci. Kdo si chce takto sestrojít elipsu v sešitě, může použít 2 knoflíky svázané kouskem provázku a tužkou kreslit.

<https://www.geogebra.org/m/URPbG8Xf>



Podívejte se na video Elipsa motivace a základy (<https://youtu.be/LGRuISDC7Hg>)



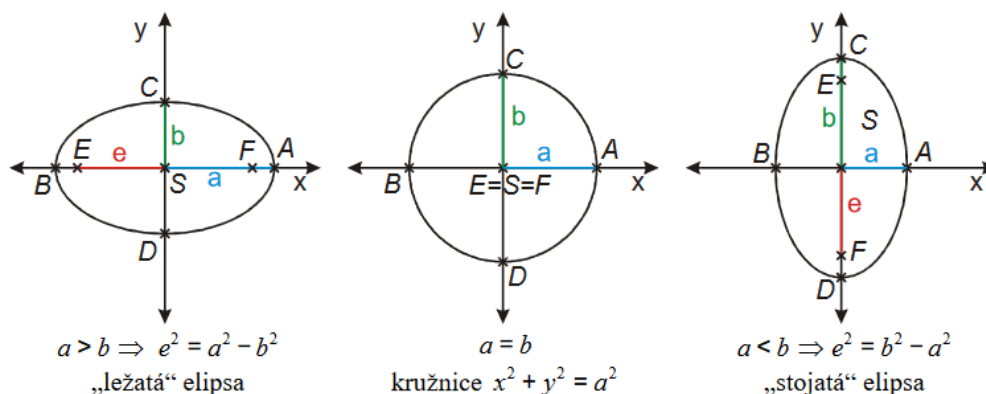
Zakreslete si do sešitu obrázek elipsy se všemi důležitými parametry a запиšte, jak se nazývají body A, B, C, D, S, E, F, co jsou to hlavní a vedlejší osa elipsy, a důležité vzdálenosti – hlavní a vedlejší poloosy a excentricita + vztah mezi nimi (Pythagorova věta). $a^2 = b^2 + e^2$

K osvojení základního názvosloví elipsy můžete též použít MFCHT.

Pozn.: Značení vrcholů a poloos:

Vrcholy a poloosy elipsy můžeme značit různým způsobem. My budeme používat značení stejné jako v gymnaziální sadě matematických učebnic. Písmenem **a** označíme vodorovnou poloosu (bez ohledu na to, zda je hlavní nebo vedlejší), písmenem **b** označíme svislou poloosu. Podobně písmena A, B použijeme pro vrcholy na vodorovné ose a písmena C, D pro vrcholy na svislé ose.

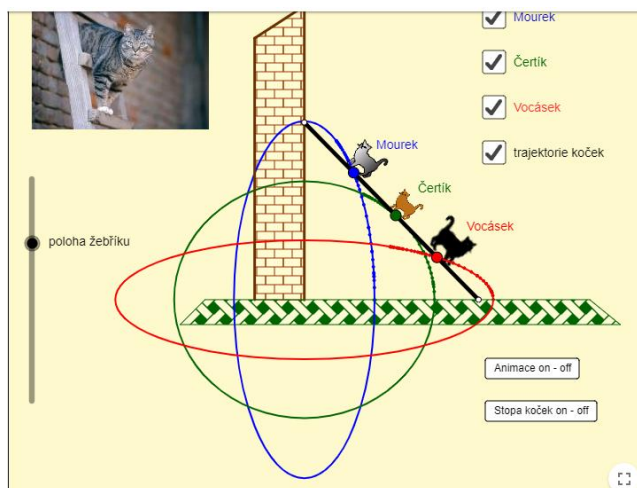
Podle vzájemné velikosti parametrů a , b mohou nastat tři možnosti:



(zdroj: www.realisticky.cz)

Jako speciální případ elipsy můžeme tedy chápat též kružnici. V tom případě jsou obě poloosy stejně dlouhé a ohniska splývají se středem.

Pěknou animaci všech tří případů (2 elipsy a kružnice) s kočičkami na žebříku si můžete vyzkoušet zde: <https://www.geogebra.org/m/GJU7cvkF>



Na závěr samostatně vyřešte uvedené příklady. U všech příkladů si načrtněte obrázek elipsy v soustavě souřadnic. Všechny požadované údaje z obrázku vyčtete.

- Př.1:** Elipsa má střed v počátku soustavy souřadnic a platí $a = 5, e = 4$. Urči vedlejší poloosu b a souřadnice všech vrcholů a ohnisek.
- Př.2:** Pro elipsu se středem v počátku soustavy souřadnic platí: $a = 2, b = 4$. Urči její excentricitu, souřadnice vrcholů a ohnisek. (Nápověda: elipsa je v poloze „nastojato“.)
- Př.3:** Elipsa se středem v bodě $S[-1; 2]$ má jeden hlavní vrchol $A[2; 2]$ a excentricitu $e = 2$. Urči souřadnice ostatních vrcholů a ohnisek.
- Př.4:** Jsou dány body $E[2; 3], F[-6; 3]$. Urči střed, vrcholy, excentricitu a hlavní poloosu, je-li vedlejší poloosa $b = 2$.
- Př.5:** Vrcholy elipsy leží v bodech $A[-1; 1], B[3; 1], C[1; 5], D[1; -3]$. Urči souřadnice středu a ohnisek a parametry a, b, e .

Výsledky: (můžete mít prohozeny souřadnice bodů A a B, C a D, E a F)

1. $b = 3; A[-5; 0], B[5; 0], C[0; 3], D[0; -3], E[-4; 0], F[4; 0]$

2. $e = 2\sqrt{3}, A[-2; 0], B[2; 0], C[0; 4], D[0; -4], E[0; 2\sqrt{3}], F[0; -2\sqrt{3}]$

3. $B[-4; 2], C[-1; 2 + \sqrt{5}], D[-1; 2 - \sqrt{5}], E[-3; 2], F[1; 2]$

4. $S[-2; 3], A[-2 - 2\sqrt{5}; 3], B[-2 + 2\sqrt{5}; 3], C[-2; 5], D[-2; 1], e = 4, a = 2\sqrt{5}$

5. $S[1; 1], a = 2, b = 4, e = 2\sqrt{3}, E[1; 1 + 2\sqrt{3}], F[1; 1 - 2\sqrt{3}]$